



9-й класс

2007

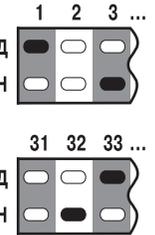
Вам предлагается 12 задач, каждая из которых состоит из 4 родственных друг другу вопросов (всего надо ответить на 48 вопросов). Любой из этих вопросов допускает лишь два возможных ответа: «Да» или «Нет». Кроме того, Вы можете дать ответ «Не знаю». Ответы «Да» или «Нет» Вы указываете, закрашивая соответствующий овал в таблице ответов. При ответе «Не знаю» Вы оставляете оба овала для этого вопроса незакрашенными.

Внимание: за верный ответ «Да» или «Нет» будет начисляться 3 балла, за неверный ответ «Да» или «Нет» будет сниматься 2 балла, а ответ «Не знаю» оценивается в 0 баллов. Поэтому не следует «угадывать» ответы: отвечайте «Да» или «Нет» только тогда, когда Вы уверены в ответе.

ОБРАЗЕЦ ТАБЛИЦЫ ОТВЕТОВ

Так будет выглядеть часть таблицы ответов, если выбраны следующие ответы на вопросы:

1 – «да»,
2 – «не знаю»,
3 – «нет», ...
... 31 – «не знаю»,
32 – «нет»,
33 – «да», ...



Нельзя закрашивать два овала в одной колонке!

I. Верно ли тождество?

1) $(x - y)^2(x + y) = (x^2 - y^2)(x - y)$ 3) $2^n \cdot 4^n \cdot 8^n = 2^{6n}$

2) $\frac{a+b}{a-b} - \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = \frac{ab}{a^2-b^2}$

4) $\frac{\sqrt{x^3 y}}{\sqrt[3]{xy\sqrt{xy}}} = x$ при $x > 0, y > 0$

II. Верно ли утверждение?

5) $3 \cdot \frac{1}{6} - \frac{1}{3} : 2 = 2$
 $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

7) $|3 - \pi| + \pi = 3$

6) $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} > 3$

8) $\sin^2 20^\circ > \sin 20^\circ$

X. Верно ли, что все корни уравнения положительны?

37) $x^2 + 15x - 7 = 0$

38) $x^3 - 2x^2 + x - 2 = 0$

39) $|x - 4| = 3$

40) $x^8 + 15x^2 - 7 = 0$

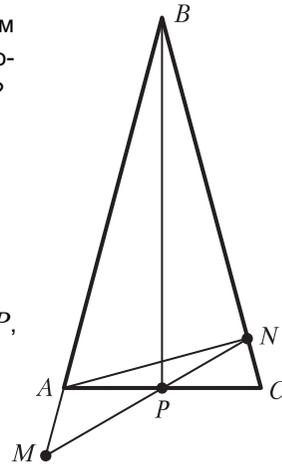
XI. В равнобедренном треугольнике ABC с углом $\angle B = 30^\circ$ при вершине и боковой стороной 2 проведены высоты AN и BP . Верно ли утверждение?

41) $AN = 1$

42) Площадь треугольника ABP равна 1.

43) $AP = PN$

44) Если M – точка пересечения прямых BA и NP , то $\angle AMP = 45^\circ$.



XII. Верно ли утверждение?

45) Если $2x - 3y + xy = 1$, то $y = \frac{1-2x}{3-x}$.

46) Система уравнений $\begin{cases} kx + 2y = 6 \\ x + 4y = 15 \end{cases}$ при любых значениях k имеет единственное решение.

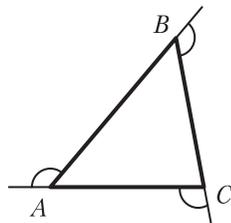
47) Многочлен $x^3 + x^2 - 6x$ делится на $x - 2$ без остатка.

48) Сумма квадратов всех корней уравнения $x^4 - 2x^2 + \frac{1}{2} = 0$ равна 4.

Время, отведенное на решение задач, – 75 минут!

III. Верно ли утверждение?

- 9) Среди чисел 10, 11, ..., 19 ровно 40% простых.
10) $x\%$ от числа y всегда равно $y\%$ от числа x .
11) Произведение всех делителей числа 124 (включая 1 и само это число) равно 124^3 .
12) Сумма $1+2+3+\dots+100+101$ не делится на 3.



IV. Верно ли утверждение?

- 13) Сумма трех отмеченных углов равна 360° .
14) Если площади двух подобных треугольников относятся как $1 : 2$, то и их периметры относятся как $1 : 2$.
15) Среднее арифметическое трех сторон треугольника не может равняться половине одной из них.
16) Площадь тупоугольного треугольника, вписанного в окружность радиуса 1, всегда меньше 1.

V. Пусть $f(x) = \frac{1}{x-1}$. Верно ли утверждение?

- 17) График функции $f(x)$ проходит через точку пересечения прямой $y = x - 1$ с осью ординат.
18) На интервале $(-\infty, 1)$ функция $f(x)$ возрастает.
19) Функция $y = f(x) + f(x+2)$ – нечетная.
20) При всех допустимых значениях x справедливо равенство $\frac{1}{f(f(x))+1} = 2 - x$.

VI. Верно ли утверждение?

- 21) Если $x = 10$ – корень уравнения $x^2 + 2x + c = 0$, то $c = 120$.
22) Все параболы вида $y = x^2 + 2x + c$ имеют одну и ту же ось симметрии.
23) Функции $y = x^2 + 1$ и $y = x^2 + 2x + 2$ имеют одинаковые множества значений.
24) Если $c < 0$, то неравенство $x^2 + 2x + c \leq 0$ выполняется на отрезке, длина которого больше 2.

VII. Из пункта A в пункт B выехал велосипедист со скоростью x км/ч. Через час вслед за ним выехал второй велосипедист, скорость которого на 25% больше скорости первого. Через некоторое время второй велосипедист обогнал первого. Верно ли утверждение?

- 25) Скорость первого велосипедиста составляет 75% от скорости второго.
26) Через час после выезда второго велосипедиста расстояние между велосипедистами было равно $0,75x$.
27) Первый велосипедист затратил на путь из A в B больше 5 часов.
28) Если расстояние от A до B равно 60 км, и второй велосипедист прибыл в B на 20 минут раньше первого, то справедливо равенство $\frac{60}{x} = \frac{60}{1,25x} + \frac{1}{3}$.

VIII. Верно ли утверждение?

- 29) Точка с координатами $(1, \frac{9}{8})$ лежит внутри треугольника с вершинами $A(0, 0)$, $B(0, 2)$ и $C(2, 0)$.
30) Ширина полосы между прямыми $y = x + 1$ и $y = x - 1$ равна 2.
31) Точки $A(10, 20)$ и $B(100, 99)$ лежат по разные стороны от прямой $y = x$.
32) Если $x^2 + y^2 < 1$, то $(y + x - 2)(y - x - 2) > 0$.

IX. Верно ли, что данные два неравенства имеют одинаковые множества решений?

- 33) $2x > 8$ и $-4x > -16$
34) $\frac{(x-1)(x+2)}{(x-3)} > 0$ и $\frac{(x-3)(x+2)}{(1-x)} < 0$
35) $x\sqrt{x} < \sqrt{x}$ и $x < 1$
36) $x^2 - 4x - 5 \geq 0$ и $(x^2 - 5x)\sqrt{x^2 - 1} \geq 0$