



11-й класс

2007

Вам предлагается 12 задач, каждая из которых состоит из 5 родственных друг другу вопросов (всего надо ответить на 60 вопросов). Любой из этих вопросов допускает лишь два возможных ответа: «Да» или «Нет». Кроме того, Вы можете дать ответ «Не знаю». Ответы «Да» или «Нет» Вы указываете, закрашивая соответствующий овал в таблице ответов. При ответе «Не знаю» Вы оставляете оба овала для этого вопроса незакрашенными.

Внимание: за верный ответ «Да» или «Нет» будет начисляться 3 балла, за неверный ответ «Да» или «Нет» будет сниматься 2 балла, а ответ «Не знаю» оценивается в 0 баллов. Поэтому не следует «угадывать» ответы: отвечайте «Да» или «Нет» только тогда, когда Вы уверены в ответе.

ОБРАЗЕЦ ТАБЛИЦЫ ОТВЕТОВ

Так будет выглядеть часть таблицы ответов, если выбраны следующие ответы на вопросы:

	1	2	3	...
Д	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
Н	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	
1 – «да», 2 – «не знаю», 3 – «нет», ...				
... 31 – «не знаю», 32 – «нет», 33 – «да», ...				
Д	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	
Н	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	

Нельзя закрашивать два овала в одной колонке!

I. Верно ли равенство?

1) $\frac{2006}{2007} + \frac{2007}{2006} = 2$

4) $12^{-\frac{1}{2}} + 9^{-\frac{3}{4}} = \frac{5}{6} \cdot 3^{-\frac{1}{2}}$

2) $\sqrt{9 - 6\pi + \pi^2} + 3 = \pi$

5) $3^{\log_2 5} = 5^{\log_2 3}$

3) $\sin 2^\circ + \sin 182^\circ = 1 - \operatorname{tg} 1^\circ \cdot \operatorname{tg} 91^\circ$

II. Верно ли утверждение?

6) Среди чисел 21, 22, ..., 40 ровно 20% простых.

7) Произведение любых двух трехзначных чисел является либо пятизначным, либо шестизначным числом.

8) Разность квадратов некоторых двух натуральных чисел равняется 14.

9) Если с приходом в класс нового ученика средний рост учеников класса увеличился, то новичок – самый высокий в классе.

10) Если каждое слово языка племени Ыу начинается на **Ыу**, оканчивается на **оя** и состоит из девяти букв **а, е, и, о, у, ы, э, ю, я**, по одному разу каждая, то в языке этого племени меньше 500 слов.

X. Верно ли, что все корни данного уравнения лежат на отрезке $[-2, 2]$?

46) $x^2 - 3x - 4 = 0$

49) $x + 2 = \sqrt{-x}$

47) $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$

50) $2^x = 16 - x^4$

48) $|2x| = 3 - x^2$

XI. Верно ли утверждение?

51) Некоторая парабола вида $y = x^2 + q$ целиком лежит выше параболы $y = 2x^2$.

52) При любом значении параметра a система уравнений

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 6x + ay = 10 \end{cases} \text{ имеет единственное решение.}$$

53) Логарифмические функции с разными основаниями пропорциональны друг другу.

54) Сумма коэффициентов многочлена $(2 - x)^7$ равна 1.

55) Ни при каком значении a сумма корней уравнения $ax^2 + (a + 2)x + 1 = 0$ не равна -1 .

XII. $ABCA_1B_1C_1$ – прямая треугольная призма, все ребра которой равны 2, точка K – середина ребра B_1C_1 , точка E – середина ребра AA_1 .

Пусть α – плоскость, проходящая через точки B , E и C_1 . Верно ли утверждение?

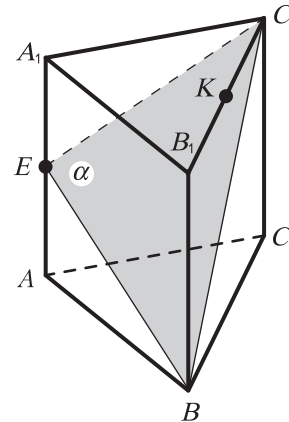
56) Расстояние между прямыми BB_1 и AC больше, чем 1,5.

57) Если все ребра оснований этой призмы уменьшить в два раза, а боковые ребра увеличить в 3 раза, то объем призмы увеличится.

58) Плоскость α перпендикулярна плоскости грани BCC_1B_1 .

59) Плоскость α делит объем призмы в отношении 3 : 4.

60) Линия пересечения плоскости α с плоскостью ABC параллельна прямой A_1K .



Время, отведенное на решение задач, – 75 минут!

III. Верно ли, что равенство справедливо при всех допустимых значениях переменных?

11) $x^5 + x - 1 = (x^2 - x + 1)(x^3 + x^2 - 1)$

12) $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{x + \sqrt{xy} + y} \cdot (x\sqrt{x} - y\sqrt{y}) = x - y$

13) $\cos 2x = 2 \sin(x - \frac{\pi}{4}) \cdot \sin(x + \frac{\pi}{4})$

14) $\sqrt{9 - x^2} (|3 + x| + |3 - x| - 6) = 0$

15) $\operatorname{ch}(2x) = 2 \operatorname{ch}^2(x) - 1$, где $\operatorname{ch}(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

(функция $\operatorname{ch}(x)$ называется гиперболическим косинусом).

IV. Верно ли утверждение?

16) Для любых трех точек A, B, C справедливо векторное равенство $\overline{AB} + \overline{CA} = \overline{CB}$.

17) Площади правильного треугольника и правильного шестиугольника, вписанных в одну и ту же окружность, относятся как 2:3.

18) Если два угла четырехугольника равны по 100° , а остальные углы равны 75° и 85° , то вокруг этого четырехугольника можно описать окружность.

19) Треугольник на координатной плоскости с вершинами $A(0, 2)$, $B(11, 0)$ и $C(2, 5)$ – прямоугольный.

20) Если треугольник ABC – равнобедренный, его основание AB равно 1, и AD – его медиана, то $AD > \frac{3}{4}$.

V. Верно ли, что число A положительно?

21) $A = (2\sqrt{2} - 3)(6 - \sqrt{35})$

24) $A = (\sqrt{10} - \pi)(e - 3)$

22) $A = \log_2(\sin 73^\circ)$

25) $A = t^2 - 7t + 12$, где $t = \log_2 12$

23) $A = \frac{2^{23} + 1}{2^{25} + 1} - \frac{2^{25} + 1}{2^{27} + 1}$

VI. В равнобедренном треугольнике ABC с углом $\angle B = 30^\circ$ при вершине и боковой стороной 2 проведены высоты AN и BP . Точка K – середина стороны AB . Верно ли утверждение?

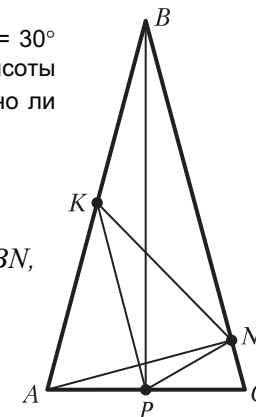
26) Площадь треугольника APK равна $\frac{1}{2}$.

27) $\angle NAP = 15^\circ$

28) Окружность, описанная вокруг треугольника ABN , проходит через точку P .

29) $AC = 2\sqrt{3 - \sqrt{3}}$

30) Треугольники NPK и PNC подобны друг другу.



VII. Верно ли, что функции f и g имеют одинаковые множества значений?

31) $f(x) = \operatorname{tg} x$, $g(x) = \lg x$

34) $f(x) = 10^x$, $g(x) = (x - 1)^2$

32) $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = \frac{1}{x - 1}$

35) $f(x) = \cos x$, $g(x) = \sin(\frac{\pi}{2} \sin x)$

33) $f(x) = -x^2 - 2x$, $g(x) = 1 - |x - 1|$

VIII. Верны ли следующие утверждения про функцию $f(x) = \frac{x}{1 + x^2}$?

36) График $f(x)$ симметричен относительно оси Oy .

37) Касательная к графику функции $f(x)$ в точке с абсциссой 2 параллельна прямой $3x + 25y = 0$.

38) Наибольшее значение функции $f(x)$ равно $\frac{1}{2}$.

39) Если $x > 100$, то $f(x) < \frac{1}{100}$.

40) Если параметр a увеличивается от 0 до 1, то прямая $y = 2f(a)x$ поворачивается вокруг начала координат на 45° против часовой стрелки.

IX. Верно ли, что при некотором значении параметра a данное неравенство справедливо при всех допустимых значениях x ?

41) $x + a > \sin x$

44) $2^x \geq ax + 1$

42) $x^2 + ax + 3 < 0$

45) $\lg(x + 10) > ax^2$

43) $\frac{x - 2}{x} < a$