



ЗАДАЧИ МЕЖДУНАРОДНОГО КОНКУРСА «Кенгуру»



2006

7 – 8 классы

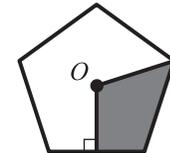
Задачи, оцениваемые в 3 балла

23. Пусть $A(n)$ – это число, которое получается, если выписать подряд все натуральные числа от 1 до n . Например, $A(11) = 1234567891011$. Назовем число n «богатым», если в записи числа $A(n)$ встречается набор подряд идущих цифр 4321. Если N – самое маленькое из «богатых» чисел, то
(A) $N < 1000$ (B) $1000 < N < 2000$ (C) $2000 < N < 3000$
(D) $3000 < N < 4000$ (E) $N > 4000$
24. Сумма трех положительных чисел равна 20. Тогда произведение двух больших из них не может быть
(A) больше 99 (B) меньше 0,001 (C) равно 75
(D) равно 25 (E) все случаи (A) – (D) возможны.
25. Какое из равенств может быть неверным, если $a^3 = a + 1$?
(A) $a^4 = a^2 + a$ (B) $a^4 = a^3 + a^2 - 1$ (C) $a^4 = a^5 - 1$
(D) $a^2 + a = \frac{1}{a-1}$ (E) $a^5 = a^4 - 1$
26. Две стороны четырехугольника равны 1 и 4, а одна из диагоналей имеет длину 2 и делит этот четырехугольник на два равнобедренных треугольника. Чему равен периметр такого четырехугольника?
(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14
27. На доске выписаны числа от 1 до 2006. Вася подчеркнул все числа, делящиеся на 2, затем все числа, делящиеся на 3, а затем все числа, делящиеся на 4. Сколько чисел подчеркнуто ровно два раза?
(A) 1003 (B) 1002 (C) 501 (D) 334 (E) 167
28. На какую наибольшую степень числа 2 делится число $10^{2005} - 2^{2005}$?
(A) 2004 (B) 2005 (C) 2006 (D) 2007 (E) 2008
29. На заседании международного жюри конкурса «Кенгуру» за круглым столом сидят 12 человек. При этом на любых шести последовательных местах сидят представители не более, чем трех разных стран. Представители какого наибольшего количества стран могут сидеть за столом?
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7
30. Произведение двух натуральных чисел равно $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7^3 \cdot 11$. Тогда их сумма может
(A) делиться на 5 (B) делиться на 49
(C) делиться на 9 (D) делиться на 8
(E) ни одно из свойств (A) – (D) невозможно

Время, отведенное на решение задач, — 75 минут!

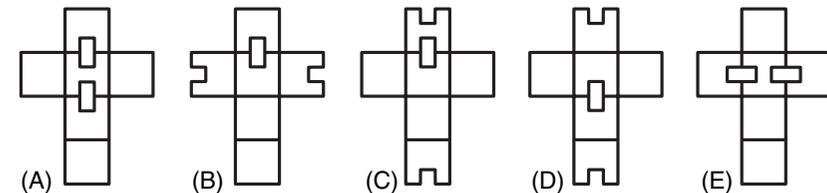
1. В каком месяце у Кенгуру день рождения, если ровно через полгода после этого дня он сказал: «Два месяца назад был конкурс «Кенгуру»?
(A) в сентябре (B) в октябре (C) в ноябре (D) в январе (E) в мае

2. Точка O – центр правильного пятиугольника. Какая часть площади закрашена?
(A) 10% (B) 20% (C) 25%
(D) 30% (E) 40%



3. Бабушка сказала внукам: «Если я испеку каждому из вас по два пирожка, у меня останется теста на три лишних пирожка, а если я захочу испечь каждому из вас по три пирожка, то мне не хватит теста на два пирожка». Сколько внуков у бабушки?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

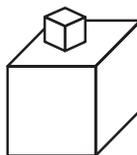
4. Из какой из следующих разверток можно склеить изображенный кубик?



5. Если $x : y = 5$, $y : z = 4$, $u : z = 4$ и $v : u = 3$, то чему равно $x : v$?
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) $\frac{3}{5}$ (E) $\frac{5}{3}$
6. Один лилипут весит один миллипуд, а Гулливер весит 100 кг. Зная, что пуд – это 16 килограммов, определите, сколько лилипутов весят столько же, сколько и Гулливер.
(A) 625 (B) 1600 (C) 6 250 (D) 16 000 (E) 62 500

7. Фигура на картинке сложена из двух кубиков. Ребро меньшего кубика – 1 см, а ребро большего – 3 см. Какова площадь поверхности этой фигуры?

(A) 56 см^2 (B) 58 см^2 (C) 60 см^2
 (D) 62 см^2 (E) 64 см^2



8. Коты Тоша и Малыш едят из одной плошки. Первым подбегает Малыш и съедает треть всей еды. Потом Тоша съедает половину того, что осталось. После этого Малыш съедает треть того, что осталось, и так далее. За день каждый из котов ест 5 раз. Тогда к концу дня

(A) Малыш съест больше Тоши (B) коты съедят поровну
 (C) Тоша съест в три раза больше (D) еда кончится
 (E) Тоша съест в полтора раза больше

9. Какое число расположено ровно посередине между числами $\frac{1}{8}$ и $\frac{1}{10}$?

(A) $\frac{1}{80}$ (B) $\frac{1}{40}$ (C) $\frac{1}{18}$ (D) $\frac{1}{9}$ (E) $\frac{9}{80}$

10. Найдите наибольший возможный периметр равнобедренного треугольника, если длина его боковой стороны – 7 см, а длина основания равна целому числу сантиметров.

(A) 14 см (B) 15 см (C) 21 см (D) 27 см (E) 28 см

Задачи, оцениваемые в 4 балла

11. Если он синий, то он круглый. Если он квадратный, то он красный. Он либо синий, либо желтый. Если он желтый, то он квадратный. Он либо квадратный, либо круглый. Тогда

(A) он красный и квадратный (B) он красный и круглый
 (C) он синий и квадратный (D) он синий и круглый
 (E) он желтый и круглый

12. Сколько процентов от 5% от числа a составляет столько же, сколько 8% от 3% от числа $2a$?

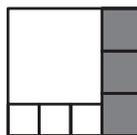
(A) 9,6% (B) 2,4% (C) 6% (D) 4,8% (E) другой ответ

13. В классе 21 ученик. Известно, что ни у каких двух девочек количество друзей-мальчиков из этого класса не совпадает. Какое наибольшее количество девочек может быть в этом классе?

(A) 5 (B) 6 (C) 9 (D) 11 (E) 15

14. Прямоугольник на рисунке составлен из 7 квадратов. Сторона каждого закрашенного квадрата равна 8. Чему равна сторона большого белого квадрата?

(A) 15 (B) 18 (C) 20 (D) 24 (E) 30



15. Часы Остапа Бендера испортились, и теперь у них часовая и минутная стрелки поменялись ролями. Ровно в полночь Остап поставил на своих часах точное время. Сколько раз за период от 00:01 до 23:59 в предстоящие сутки эти часы покажут правильное время?

(A) ни разу (B) 2 раза (C) 11 раз (D) 21 раз (E) 23 раза

16. Найдите наибольшее возможное количество цифр числа, обладающего следующим свойством: если закрыть все его цифры, кроме двух соседних, то всегда будет получаться квадрат натурального числа.

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

17. Если прямые $y = 2x + 3$ и $y = -x + b$ пересекаются в первой четверти, то

(A) $b < -3$ (B) $-3 < b < -1$ (C) $-1 < b < 2$ (D) $2 < b < 3$ (E) $b > 3$

18. Жан-Кристоф продолжает изучать русский язык. На этот раз он выписывает словами все трехзначные числа, в десятичной записи которых участвует ноль и еще две одинаковые цифры. Каждый раз получается два слова. У скольких чисел эти два слова начинаются с разных букв?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) больше 3

19. Про a и b известно, что $a + b > 0$ и $a + 2b < 0$. Какое из следующих выражений может принимать как положительные, так и отрицательные значения?

(A) a (B) b (C) $2a + b$ (D) $2a + 3b$ (E) $a + 3b$

20. Прямая разрезает пятиугольник (не обязательно выпуклый) на несколько частей. Тогда ни одна из получившихся частей не может быть

(A) треугольником (B) пятиугольником (C) шестиугольником
 (D) семиугольником (E) все фигуры (A) – (D) могут получиться

Задачи, оцениваемые в 5 баллов

21. Петер едет на своем велосипеде из точки P в точку Q с постоянной скоростью. Если бы он увеличил скорость на 3 м/с, то он доехал бы до Q в три раза быстрее. Во сколько раз быстрее он доехал бы до Q , увеличив скорость на 6 м/с?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 4,5 (E) 8

22. Если O – центр окружности, $OR = QP$ и $\angle AOR = 60^\circ$, то угол $\angle RPO$ равен

(A) 15° (B) 20° (C) $22,5^\circ$
 (D) 30° (E) 45°

